



# Optimisation des ressources utilisées pour une diffusion

Pascal Berthomé, Johanne Cohen, Thierry Mautor

## ► To cite this version:

Pascal Berthomé, Johanne Cohen, Thierry Mautor. Optimisation des ressources utilisées pour une diffusion. 5ème congrès de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision - ROADEF'2003, Feb 2003, Avignon, France, 2 p. inria-00107698

**HAL Id: inria-00107698**

**<https://hal.inria.fr/inria-00107698>**

Submitted on 19 Oct 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Optimisation des ressources utilisées pour une diffusion

P. Berthomé<sup>1</sup>, J. Cohen<sup>2</sup> et T. Mautor<sup>3</sup>

1. LRI, UMR CNRS 8623, Université Paris XI - Orsay, [Pascal.Berthome@lri.fr](mailto:Pascal.Berthome@lri.fr)

2. LORIA, Campus Scientifique, Vandoeuvre Lès Nancy, [Johanne.Cohen@loria.fr](mailto:Johanne.Cohen@loria.fr)

3. PRiSM, Université Versailles-Saint Quentin, [Thierry.Mautor@prism.uvsq.fr](mailto:Thierry.Mautor@prism.uvsq.fr)

## 1 Description du problème

Le problème considéré intervient principalement dans le cadre de la diffusion à un groupe de gros volumes de données (transport de données vidéo par exemple). C'est donc un problème de diffusion dans un réseau où un noeud particulier doit faire parvenir une donnée volumineuse à l'ensemble (diffusion totale) ou à une partie (diffusion partielle) des autres noeuds du réseau. On dispose alors des données suivantes :

- un graphe non orienté pondéré qui modélise le réseau ; le poids sur une arête correspond au coût de communication sur le lien correspondant,
- une table de routage qui pour toute paire de sommets (i,j) donne le chemin de communication devant être suivi,
- un sommet particulier : l'émetteur,
- éventuellement, en cas de diffusion partielle, un sous ensemble de sommets (I) : ceux devant recevoir la donnée transmise.

Toutefois, différents principes régissent cette diffusion et la rendent assez particulière.

- Tout d'abord, une communication s'effectue toujours d'un émetteur vers un récepteur unique. Cette communication suit alors le chemin imposé par la table de routage. Seul le noeud récepteur reçoit l'information. Même si le chemin de diffusion est de longueur supérieure à 1, les noeuds intermédiaires voient passer le message sans pouvoir en prendre connaissance. On peut alors parler de "communication tunnel", les routeurs intermédiaires effectuant juste une commutation (modèle commuté ou "line communication").
- Le coût d'une communication est égal (non pas à la somme mais) au coût de l'arête de coût maximal sur le chemin emprunté par cette communication.

$$Cout(Com(i \rightarrow j)) = \text{Max}_{e \in Chem(i \rightarrow j)} c_e$$

- La diffusion se déroule en plusieurs étapes successives. A chaque étape les sommets déjà informés (à la première étape l'émetteur seulement) vont chacun pouvoir émettre une communication au plus vers un sommet destinataire. Une étape est donc composée de communications simultanées. Les différents chemins utilisés par les communications d'une même étape doivent être "arête-disjoints". Il faut qu'une étape soit complètement finie avant que la suivante ne puisse commencer. Ce souci de synchronisation a pour objet d'assurer une meilleure maîtrise de la diffusion.
- Le coût d'une étape est égal (non pas à la somme mais) au coût de la communication de coût maximum parmi celles effectuées durant cette étape.

$$Cout(Etap) = \text{Max}_{Com \in Etap} Cout(Com)$$

Autrement dit, le coût d'une étape est égal au coût de l'arête de coût maximum utilisée durant cette étape.

- Le coût total de la diffusion est égal (non pas au maximum mais) à la somme des coûts des différentes étapes. On cherche bien sur à minimiser ce coût total. Le but est donc finalement qu'à l'issue d'un certain nombre d'étapes, tous les sommets devant être informés (sous ensemble  $I$ ) le soient et, ce, pour un coût total de diffusion minimal.

On peut rajouter quelques remarques vis à vis de ce problème. Tout d'abord, la politique optimale ne consiste pas toujours à effectuer la diffusion en un nombre minimum d'étapes. Il peut en effet être plus économique de faire plus d'étapes pour un coût global moins élevé. D'autre part, il est possible, en cas de diffusion partielle, d'informer un sommet n'appartenant pas à  $I$  afin que celui-ci soit à même d'informer d'autres sommets durant des étapes ultérieures.

## 2 Complexité du problème et étude de graphes particuliers

C'est à partir du problème de stable dominant minimum (minimum independent dominating set) que nous avons pu tout d'abord montrer que le problème considéré ci-dessus est NP-Complet. Une fois la complexité de ce problème établie dans le cas général, nous nous sommes intéressés aux cas où la structure de communication déterminée par la table de routage suivait une topologie particulière.

C'est ainsi que nous avons déterminé un algorithme optimal et polynomial dans le cas où la topologie de communication est une étoile. Notons que cet algorithme est plus compliqué dans le cas de diffusion partielle où seule une partie des sommets doit recevoir la donnée, dans la mesure où la politique optimale consiste dans certains cas à informer malgré tout une partie des autres sommets.

Mais c'est principalement au cas où la topologie de communication est une chaîne que nous nous sommes consacrés au sein du groupe de travail *OAAALOVE*. Nous avons ainsi pu y montrer que, dès que les coûts de communication sont ordonnés (croissants ou décroissants), la diffusion totale peut être déterminée par un algorithme polynomial. L'idée sous-jacente est de permettre d'obtenir un schéma d'approximation pour le cas général en découpant la chaîne en tronçons croissants puis décroissants.